

نموذج Λ CDM وتوسع الكون: التضخم الكوني والطاقة المظلمة.

د. محمد معلاً**

** (كلية طب الأسنان ، جامعة المنارة

(Email: mohammad.moualla@manara.edu.sy)

الطالب نور الدين نبهان*

* (كلية الهندسة، جامعة المنارة

(Email: Nouraldeennabhan@gmail.com)

المخلص

أثبت نموذج Λ CDM نجاحه في وصف الكون بما يتناسب مع الملاحظات وفي حل أهم المشاكل التي واجهت المجال وتحديدًا عند محاولة وصف الكون عبر نماذج الانفجار العظيم، سوف نناقش نجاحات النموذج واستنتاج لمترى FLRW الذي تم وضع نموذج Λ CDM بناءً عليه.

كلمات مفتاحية – التضخم الكوني، الأديباتية، مترى FLRW.

1. مقدمة:

لعل أهم الصفات التي تُحدّد طبيعة الكون هي أنه متجانس ومتناسق، وهذا هو ما ينص عليه المبدأ الكوزمولوجي، أن يتمتع الكون بالتجانس يعني أن المادة تتوزّع فيه بانتظام وأن يكون متناسق يعني أنه يتسم بنفس الخصائص في جميع الاتجاهات المكانية، أيضاً نعلم أن توسّع الكون يتسم حراريًا بأنه عملية أديباتية، أي أن الكون يتوسّع دون أن يكتسب أو يخسر حرارة مما يسمح بعدم تغيير الأنتروبية بالتقريب شبه الساكن. أثبت نموذج جدارته

2. فهم التوسّع:

تأثير دوبلر والانزياح الكوني نحو الأحمر:

لاحظ إيدوين هابل أن الضوء الوارد لنا من المجرات يكون منزاح نحو الأحمر، مما يعني أن هذه المجرات تبتعد عن مجرتنا، أي أن طول الموجة للضوء الوارد لنا من هذه المجرات تعرض للتمدد حتى أصبح من اللون الأكثر إحمراراً من الطيف المرئي، قد تكون بعض الأجسام بعيدة لدرجة أن الضوء الوارد منها نرصده على أنه أمواج راديو.

حساب الانزياح نحو الأحمر:

قانون هابل:

$$v = H_0 r : v = cz \Rightarrow z = H_0 \frac{r}{c}$$

حيث:

H_0 : هو ثابت هابل في الحاضر.

r : المسافة.

z : الانزياح نحو الأحمر.

c : سرعة الضوء.

v : سرعة الابتعاد للمجرات.

قانون هابل يشير إلى توسّع الكون (تدفق هابل).

يمكن حساب الانزياح نحو الأحمر للضوء المرصود عبر

العلاقة:

$$z = \frac{\lambda_{obs} - \lambda_{rest}}{\lambda_{rest}}$$

حيث:

λ_{rest} : طول الموجة للضوء عند وروده من المنبع.

λ_{obs} : طول الموجة للضوء عند رصده.

المقياس الكوني وعامل المقياس الكوني:

ذاتها وذلك لأن المجرات ثابتة في كون يتوسع، فالضوء الوارد منهم ينزاح نحو الأحمر لأنه يتعرض للتمدد من قبل نسيج الزمكان للكون نتيجة توسعه.

النسبية العامة ومعادلات حقول آينشتاين:

تصف معادلات حقول آينشتاين هندسة الزمكان بطريقة تربطها بحركة وتوزيع المادة فيه، ويمكن وصفهم في معادلة مصفوفية تحتويهم على الشكل:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

حيث:

R : الانحناء المقياسي (يُعين قيم أرقام حقيقية لنقاط في الزمكان)
 $R_{\mu\nu}$: تنسور ريتشي للانحناء (يأخذ للانحناء بالاعتبار التغيرات والتشوهات)

$G_{\mu\nu}$: تنسور آينشتاين (يصف انحناء الزمكان بما يتناسب مع مصونية الطاقة-كمية الحركة)

$g_{\mu\nu}$: التنسور المتري (يصف الزمكان بشكل عام)

$T_{\mu\nu}$: تنسور التوتر-طاقة (يصف قيمة الطاقات وكميات الحركة في الزمكان)

متري FLRW:

المتري هو تابع مسافة لفضاء، يدرس النقاط في الزمكان، وهذا المتري سُمي باسمه نسبةً لأليكساندر فريدمان، جورج لو ميتر، هاورد بيرسي روبرتسن، وآرثر جيفري ووكر.

لكون متجانس ومتناسق ومتوسع نحصل على التنسور المتري التالي:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R^2(t)}{1-kr^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -R^2(t)r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -R^2(t)r^2 \sin^2(\theta) \end{pmatrix}$$

يمكن فهم المكان نسبةً للزمان عبر فهم المقياس الكوني $R(t)$ في الوقت الحالي t_0 القيمة الحالية للمقياس الكوني هي:

$$R_0 \equiv R(t_0)$$

مما يقودنا لتعريف عامل المقياس الكوني:

$$a(t) \equiv R(t)/R_0$$

عامل المقياس الكوني هو تابع زمني يُستعمل لدراسة التوسع النسبي للكون في زمن تم اختياره اعتباطياً ليكون الزمن الحالي، أي العمر الحالي للكون.

عامل المقياس الكوني وبارامتر هابل:

يمكن حساب قيمة الانزياح نحو الأحمر عبر التقريب:

$$z \approx \dot{a}_0 \frac{r}{c} : a_0 = a(t_0), \dot{a}_0 = \dot{a}(t_0)$$

وبما أن:

$$z = H_0 \frac{r}{c}$$

يمكن استنتاج أن:

$$\dot{a}_0 = H_0$$

هذه نتيجة مهمة لأنها تربط مفهوماً بين عامل المقياس كبارامتر عديم الواحد وكيف يسهم قانون هابل بفهم توسع الكون.

قانون هابل المُعمَّم:

يمكن تعميم قانون هابل كتابع زمني، وذلك عند إدراك أن المجرات الأبعد تبتعد بسرعة أكبر، أي أن المناطق من الكون الأكثر ابتعاداً عنا تبتعد بسرعة أكبر، أي أن توسع الكون متسارع:

دور التجانس والتماثل:

في كون متجانس ومتماثل تكون سرعة المجرات المبتعدة سرعة ناتجة عن توسع الكون ذاته عوضاً عن كونها سرعات ابتعادية تمتلكها المجرات عبر أن تكون ذاتها متحركة، أي الانزياحات نحو الأحمر الملحوظة للمجرات المبتعدة ليس نتيجة لسرعات للمجرات

حيث: كون أينشتاين هو كون ستاتيكي ولا متناهي، دون بداية ونهاية في الزمان:

$$R(t) = R_0 = \text{const} \Rightarrow \dot{R} = 0, \ddot{R} = 0, t_u = \infty$$

ليحصل أينشتاين على قيمة موجبة لكثافة المادة في الكون في الوقت الحالي من عُمر الكون كان عليه أن يُعطي الامتداد الكوني k قيمة تساوي 1 مما جعله يُدخل الثابت الكوزمولوجي Λ إلى معادلته ليصبح الكون ساكن، فأصبحت معادلات أينشتاين من الشكل:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

تخلّى أينشتاين عن نموذجه للكون وعن الثابت الكوزمولوجي، لكن عندما يكون للثابت الكوزمولوجي ($0 < \Lambda$) يُصبح الثابت يُمثّل نوع من الجاذبية المُعاكسة كطاقة خلاء (Antigravity vacuum energy) فستسبب الكون لأن يتوسّع بشكل مُتسارع، وهذه هي حالة الكون حسب المراقبات، وبسبب هذا الامر تم إعادة اعتماد الثابت الكوزمولوجي تحديداً لتمثيل الطاقة المظلمة. هذا يعني أن كوننا ليس كون من النوع أينشتاين- دو ستر لأن ذلك سيعني أن: ($\Lambda=0$) عند متابعة حل معادلات أينشتاين وإضافة الثابت الكوزمولوجي نحصل على معادلتا فريدمان:

$$\left(\frac{\dot{R}(t)}{R(t)} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{kc^2}{(R(t))^2} + \frac{\Lambda c^2}{3}$$

وأيضاً:

$$\frac{\ddot{R}(t)}{R(t)} = -\frac{4\pi G}{3} \left(\rho + \frac{3p}{c^2} \right) + \frac{\Lambda c^2}{3}$$

بارامتر الكثافة وتوسّع الكون:

لفهم بارامتر الكثافة يجب في البداية فهم الكثافة الحدية للكون:

$$\Sigma^2(r) = \begin{cases} \sin^2(r) & \text{لِكون كروي} \\ r^2 & \text{لِكون مُسطّح} \\ \sinh^2(r) & \text{لِكون هايبربولي (مُقعّر)}$$

نُعَدّل الصيغة لنأخذ بالاعتبار المُركّبة الشعاعية:

$$r = \chi$$

حسب الموافقات السائدة، يتم التعامل مع الكون على أنه مُسطّح، فعندها يكون:

$$d\chi^2 = dr^2 = \frac{dr^2}{1 - (0)r^2}$$

ويوجد ثلاثة حالات للامتداد المكاني k :

$$d\chi^2 = \frac{dr^2}{1 - kr^2} : k = \begin{cases} 1 : r = \sin(\chi) \\ 0 : r = \chi \\ -1 : r = \sinh(\chi) \end{cases}$$

يمكن استنتاج أن:

$$r \equiv \Sigma(r) = \begin{cases} \sin(\chi) \\ \chi \\ \sinh(\chi) \end{cases} \Rightarrow dr^2 = \begin{cases} \cos^2(\chi) d\chi^2 \\ d\chi^2 \\ \cosh^2(\chi) d\chi^2 \end{cases}$$

فنستنتج تنسور متري يُعرّف بتنسور FLRW:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -R^2(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -R^2(t)\Sigma^2(r) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -R^2(t)\Sigma^2(r)\sin^2(\theta) \end{pmatrix}$$

الكون الأينشتايني:

الأدياباتية لتوسع الكون:

حسب القانون الثاني للثيرموديناميك يجب على الأنثروبية أن تتزايد، لفهم لماذا توسع الكون عملية أدياباتية يجب التركيز على أنه في العمليات الأدياباتية الأنثروبية لا تتغير فقط بالتقريب شبه الساكن، أن يكون التقريب شبه ساكن يعني أن تتم العملية ببطء شديد لدرجة تبدو العملية على أنها ساكنة. عند مراقبة الكون نلاحظ أن حرارة الكون T تقل مع تزايد حجم الكون V :

$$T \propto \frac{1}{V}$$

وهذا يتناسب مع العلاقة بين الحرارة والحجم في العمليات الأدياباتية:

$$TV^{(\gamma-1)} = \text{const} \Rightarrow T \propto \frac{1}{V^{(\gamma-1)}} : \gamma = \frac{C_p}{C_V}$$

حيث:

γ : المنسب الأدياباتي.

C_p : السعة الحرارية لضغط ثابت.

C_V : السعة الحرارية لحجم ثابت.

معادلات فريدمان لا تتوقع مصونية الأنثروبية، يجب فرض ذلك: بما أن توسع الكون أديابتي فسيكون التغير في طاقته:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt}[(\rho c^2 + p)R^3] = 0$$

والأنثروبية S عند درجة الحرارة T تُعطى بالعلاقة:

$$S = \frac{1}{k_B T} (\rho c^2 + p)V : E = \rho c^2 V$$

$$\Rightarrow dS = \frac{1}{k_B T} [d(\rho c^2 V) + (pdV) : d[(\rho c^2 + p)V] = Vdp$$

وبما أن الضغط ثابت ($dpV = pdV$) فيكون: $dE = -pdV$

فنستنتج ثبات الأنثروبية: $\dot{S} = 0$

هي قيمة كثافة المادة التي عندها سوف يقف توسع الكون، ويُعطى بالعلاقة:

$$\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G}$$

يمكن الآن تعريف بارامتر الكثافة على أنه بارامتر عديم الوحدة وهو النسبة بين الكثافة الحالية للمادة في الكون والكثافة الحدية ويُعطى بالعلاقة:

$$\Omega_0 = \frac{\rho_0}{\rho_c}$$

الآن يمكن فهم الدور التوسعي للكون الذي تلعبه الطاقة المظلمة عبر إدراك أن الضغط الناتج عن الطاقة المظلمة هو ضغط سالب وذلك لأن ضغطها يُساوي القيمة السالبة لكثافتها:

$$p_\Lambda = -\rho_\Lambda : \rho_\Lambda = \frac{\Lambda}{8\pi G}$$

فيكون بارامتر الكثافة الكلي للكون يُساوي:

$$\Omega_0 = \Omega_m + \Omega_r + \Omega_\Lambda$$

حيث:

Ω_m : بارامتر الكثافة للمادة (الباريونية والمظلمة).

Ω_r : بارامتر الكثافة للإشعاع.

Ω_Λ : بارامتر الطاقة المظلمة.

المادة المظلمة الباردة:

يزعم نموذج Λ CDM وجود نوع من المادة المظلمة يُدعى بالمادة المظلمة الباردة، الذي يُفسر عدة ظواهر جاذبية على المستوى المجري مثل تكثف المجرات على المقياس الأكبر، ومنعطفات الانحناء للمجرات.

صفات المادة المظلمة الباردة:

(1) غير باريونية.

(2) تتفاعل فقط مع القوة الجاذبية.

(3) باردة، أي أن جسيماتها تمتلك سرعة أقل بكثير من سرعة الضوء.

(4) عديمة التبدد، أي أنها لا تُشع فوتونات لكي تبرد (تخسر طاقة).

مما يعني أن توسع الكون أيضاً أيزنوتروبي، أي أنه عملية أدبائية وعكوسة.

ملاحظات أخيرة عن التضخم الكوني:

النظرية التضخمية أعطت حلاً لاثنتين من أهم المشاكل التي تواجه النماذج التي تحتوي على الانفجار العظيم: مشكلة الأفق ومشكلة التسطح.

مشكلة الأفق: عند مراقبة نقطتين من الخلفية الموجية الميكروية الكونية CMB، لفرض أنهما على نهايتين متعاكستين، نلاحظ امتلاكهما لدرجات حرارة متقاربة، وهذا يسبب مشكلة لأن المعلومات لا يمكنها الانتقال أسرع من سرعة الضوء فكيف تمت عملية الانتقال الحراري بين النقطتين؟

الحل التضخمي لمشكلة الأفق: المناطق شديدة الابتعاد عن بعضها البعض في وقتنا الحالي كانت أقرب لبعضها لكن سبب تباعدها هو التضخم السريع الذي اختبره الكون بطريقة سببت ظهور هذه المشكلة.

مشكلة التسطح: توسع الكون متوازن تماماً مع كثافة المادة فيه، أي أن كثافة المادة في الوقت الحالي للكون هي ذات القيمة التي تحتاج لأن تكون عليها لتجعل الكون ذا زمكان مسطح ولن تؤثر التغيرات في قيمة كثافة المادة على التوسع عبر تاريخه.

الحل التضخمي لمشكلة التسطح: ببساطة التضخم يسمح للكون بأن يكون مسطح بسبب التوسع.

المراجع:

- [1]. M. Roos, *Introduction To Cosmology*, 3rd ed., John Wiley and sons, Ltd, 2003.
- [2]. J. N. Islam, *An Introduction To Mathematical Cosmology* 2nd ed, Chittagong, Bangladesh: Cambridge University Press, 2001.
- [3]. P. Hoyng, *Relativistic Astrophysics And Cosmology*, Springer, 2006.

منشورات المؤلف (د. محمد معلا) :

- [1]. Moualla, M. (2021). The telescopes of Manara Astronomy Club. *Manara University Journal (JMU)*, Vol. 1, Issue 4.
- [2]. Moualla, M. (2021). New variable stars in the Pleiades cluster. *Tartous University Journal for Research and Scientific Studies*, Vol. 5 No. 3 (2021).

- [3]. Moualla, M. (2021). Studying the Pulsating Star 2MASS J03424676+2529504 in the Pleiades open cluster, *Tishreen University Journal -Basic Sciences Series*, Vol. 43 No. 5.
- [4]. Moualla, M. (2021). Variable stars. *Manara University Journal (JMU)*, Vol. 1, Issue 1.
- [5]. Moualla, M. (2020). Photometric variability of a field of stars in the Pleiades cluster, *Tishreen University Journal for Research and Scientific Studies*, Vol. 42, issue 4.
- [6]. Raetz, St., Schmidt, T. O. B., Czesla, S., Klocová, T., Holmes, L., Errmann, R., Kitze, M., Moualla, M. et al. (2016). YETI observations of the young transiting planet candidate CVSO 30 b. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Vol. 460, issue 3, pp. 2834-2852.
- [7]. Errmann, R., Torres, G., Schmidt, T. O. B., Seeliger, M., Howard, A. W., Maciejewski, G., Neuhäuser, R., Moualla, M. et al. (2014). Investigation of a transiting planet candidate in Trumpler 37: An astrophysical false positive eclipsing spectroscopic binary star. *Astronomische Nachrichten*, Vol. 335, Issue 4, p.345.
- [8]. Chen, W. P., Hu, S. C. L., Errmann, R., Adam, Ch., Baar, S., Berndt, A., Bukowiecki, L., Moualla, M. et al. A Possible Detection of Occultation by a Proto-planetary Clump in GM Cephei. *The Astrophysical Journal*, Vol. 751, Issue 2, article id. 118, 5 pp. (2012).
- [9]. Berndt, A., Errmann, R., Maciejewski, G., Raetz, St., Marka, C., Ginski, Ch., Mugrauer, M., Moualla, M. et al. *Observation of Young Stars at the University Observatory Jena. 16th Cambridge Workshop on Cool Stars, Stellar Systems, and the Sun*. ASP Conference Series, Vol. 448.
- [10]. Moualla, M., Schmidt, T. O. B., Neuhäuser, R., Hambaryan, V. V., Errmann, R., Trepel, L. and et al. (2011). A new flare star member candidate in the Pleiades cluster. *Astronomische Nachrichten*, Vol. 332, Issue 7, p.661.
- [11]. Raetz, S., Mugrauer, M., Schmidt, T. O. B., Roell, T., Eisenbeiss, T., Vaňko, M., Moualla, M. and et al. *Observations of planetary transits at the University Observatory Jena. Research, Science and Technology of Brown Dwarfs and Exoplanets: Proceedings of an International Conference held in Shanghai on Occasion of a Total Eclipse of the Sun*, Edited by E.L. Martin; J. Ge; W. Lin; EPJ Web of Conferences, Vol.16, id.01003 (2011).
- [12]. Neuhäuser, R., Errmann, R., Berndt, A., Maciejewski, G., Takahashi, H., Chen, W. P., Moualla, M., et al. (2011). Young Exoplanet Transit Initiative (YETI). *Astronomische Nachrichten*, Vol. 332, Issue 6, p.547.
- [13]. Maciejewski, G.- Neuhäuser, R., Errmann, R., Mugrauer, M., Adam, Ch., Berndt, A., Moualla, M., et al. (2011). Towards the Rosetta Stone of planet formation Detection and Dynamics of Transiting Exoplanets, *St. Michel l'Observatoire*, Vol. 11, id.04006

- [14]. Hohle, M., Eisenbeiss, T., Mugrauer, M., Freistetter, F., Moualla, M. and et al. (2011). Photometric study of the OB star cluster NGC 15025 and NGC 2169 and mass estimation of their members at the University Observatory Jena. *Astronomische Nachrichten*, Vol. 330, Issue 5, p.511.
- [15]. Raetz, S., Vaňko, M., Mugrauer, M., Schmidt, T. O. B., Roell, T., Eisenbeiss, T., Hohle, M. M., Moualla, M. and et al. (2009). Photometric analysis of the eclipsing binary 2MASS 19090585+4911585, *Astronomische Nachrichten*, Vol. 330, Issue 8, p 504.
- [16]. Neuhäuser, R., Koeltzsch, A., Raetz, St., Schmidt, T. O. B., Mugrauer, M., Moualla, M. and et al. (2009). Photometric monitoring of the young star Par 1724 in Orion. *Astronomische Nachrichten*, Vol. 330, Issue 5, p.493.
- [17]. Koeltzsch, A., Mugrauer, M., Raetz, St., Schmidt, T. O. B., Roell, T., Eisenbeiss, T., Moualla, M. and et al. (2009). Variability of young stars: Determination of rotational periods of weak-line T Tauri stars in the Cepheus-Cassiopeia star-forming region. *Astronomische Nachrichten*, Vol. 330, Issue 5, p.482-492.
- [18]. Raetz, St., Mugrauer, M., Schmidt, T. O. B., Roell, T., Eisenbeiss, T., Moualla, M. and et al. (2009). Planetary transit observations at the University Observatory Jena: TrES-2. *Astronomische Nachrichten*, Vol. 330, Issue 5, p.459.
- [19]. Eisenbeiss, T., Moualla, M., and et al. (2009). New brown dwarf candidates in the Pleiades. *Astronomische Nachrichten*, Vol. 330, Issue 5, p.439.

منشورات المؤلف (نور الدين نبهان):

- [1]. Nabhan, N. A. (2020). Investigations on the cosmological implications of describing the inverse proportionality between the increasing size and entropy of the universe and its decreasing baryonic matter density and radiation energy density in one equation. *MEARIM V virtual meeting*.
- [2]. Nabhan, N. A. & Housam Aldin, A. (2021). Cosmic Evolution and Dark Energy. *Manara University Journal*.