ورقة بحثية مجلة مفتوحة الوصول

التحليل الحركي للتركيبات الآلية باستخدام المركز اللحظي للسرعة الصفرية

د.محمد خير عبدالله محمد*

*(كلية الهندسة-جامعة المنارة، البريد الإلكتروني: mohamad.kheir@manara.edu.sy)

الملخص

يمكن الحصول على سرعة أي نقطة تقع على جسم صلب يتحرك حركة عامة عن طريق تحليل الحركة النسبية بحيث يتم اختيار نقطة الأساس في معادلة السرعة النسبية لتكون نقطة لها سرعة صفرية في اللحظة المعتبرة . تسمى هذه النقطة مركز السرعة اللحظية الصفرية ***instantaneous center of zero velocity (IC)*** ، و هي تقع على المحور اللحظي للسرعة الصفرية العمودي دائماً على مستوي الحركة في حالة الحركة المستوية. و نظرًا لأن نقطة الأساس هي **IC** يبدو الجسم كما لو أنه يدور لحظياً حول المحور اللحظي ، و بالتالي يكون اتجاه شعاع سرعة أي نقطة من الجسم عمودياً دائماً على المستقيم الواصل بين النقطة و المركز اللحظي **IC** ، و قيمته تساوي جداء السرعة الزاوية للجسم ببعد النقطة عن **IC** . في هذا المقال تم توضيح طريقة التحليل الحركي للتركيبات الآلية باستخدام المركز اللحظي للسرعة الصفرية ، مع تطبيق لهذه الطريقة في التحليل الحركي لآلية الذراع و المنزلقة ، و تنفيذ المحاكاة باستخدام ماتلاب .

كلمات مفتاحية : مركز السرعة اللحظية الصفرية *instantaneous center of zero velocity (IC)* ، التحليل الحركي ، التركيبات الآلية ، الذراع و المنزلقة .

ABSTRACT

The velocity of any point on a solid body moving in general motion can be determined by relative motion analysis, so that the base point in the relative velocity equation is chosen to be a point with zero velocity at the instant considered. This point is called the instantaneous center of zero velocity (IC), and it is located on the instantaneous axis of zero velocity, that is always perpendicular to the plane of motion for planar motion case. Since the base point is the IC, the body appears to be rotating instantaneously around the instantaneous axis, and thus the direction of the velocity vector of any point on the body is always perpendicular to the line connecting the point and the instantaneous center IC, and its value is equal to the product of the angular velocity of the body by the distance of the point from the IC. In this article, the method of kinematic analysis of mechanisms using the instantaneous center of zero velocity is presented, with an application in the kinematic analysis of the crank and slider mechanism, and implement the simulation using Matlab.

Keywords —instantaneous center of zero velocity (IC), kinematic analysis, mechanisms , crank and slider.

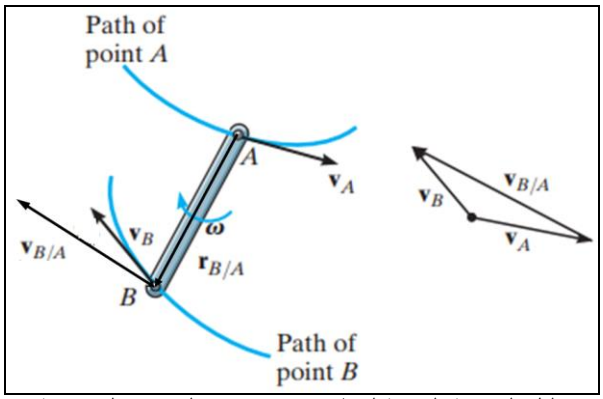
I. مقدمة

إن حساب السرعات اللحظية لجميع نقاط جسم صلب يتحرك حركة عامة مستوية أو فراغية هي مسألة مهمة في الدراسة الحركية للجسم ، و لها أهمية كبيرة في الحسابات التصميمية و التطبيقية ، حيث يمكن حساب هذه السرعات بالاعتماد على مبدأ تحليل السرعة النسبية بين نقطتين ، و الذي ينص على أن سرعة أي نقطة من جسم صلب له حركة عامة تساوي شعاعياً سرعة أي نقطة معلومة السرعة مضافاً إليها شعاع السرعة النسبية بالنسبة لهذه النقطة [1] ، فبفرض **A** نقطة من الجسم ، شعاع سرعتها $\mathbf{v_A}$ معلوم ، و تمسى نقطة الأساس ، فإن شعاع سرعة نقطة أخرى **B** ، و يرمز له $\mathbf{v_B}$ ، يعطى بالعلاقة التالية[1] :

$$\boldsymbol{v_B = v_A + v_{B/A}}$$

حيث :

$\mathbf{v_{B/A}}$: شعاع سرعة النقطة **B** بالنسبة للنقطة **A** (و هو عمودي على شعاع موضع النقطة **B** بالنسبة للنقطة **A** ، و الذي يرمز له $\mathbf{r_{B/A}}$ ، و يمتد من **A** إلى **B**) ، كما هو مبين في الشكل 1 .



الشكل 1 : تحليل السرعة النسبية لنقطتين من جسم صلب يتحرك حركة عامة [2]

في حال تم اختيار نقطة الأساس **A** ذات سرعة لحظية صفرية تصبح العلاقة السابقة على الشكل التالي [2] :

$$\boldsymbol{v_B = v_{B/A} = w r_{B/A}}$$

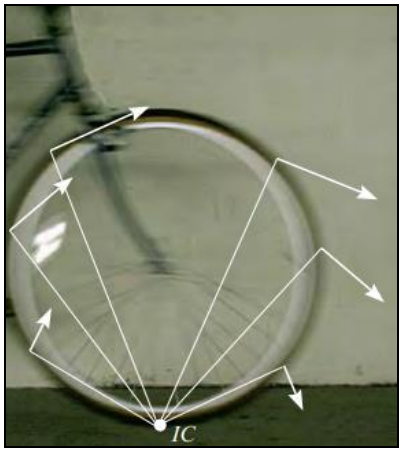
حيث :

w : السرعة الزاوية للجسم

أي يبدو الجسم في هذه اللحظة و كأنه يدور حول نقطة الأساس **A** .

تمسى نقطة الأساس في هذه الحالة المركز اللحظي للسرعة الصفرية ، ***instantaneous center of zero velocity*** ، و تعرف اختصاراً **(IC)**

فعلى سبيل المثال تعتبر نقطة الاستناد اللحظية لعجلة الدراجة على الأرض نقطة ذات سرعة لحظية صفرية **IC** ، كما هو مبين في الشكل 2 ، باعتبار أن سطح التلامس (سطح الطريق) لا يتحرك ، و بالتالي يمكن حساب سرعة أي نقطة أخرى من العجلة برسم مستقيمات بينها و بين المركز اللحظي **IC** ، حيث يكون اتجاه شعاع سرعة كل نقطة عمودياً على هذا المستقيم الواصل بينهما ، و قيمته تساوي جداء بعد النقطة عن **IC** بالسرعة الزاوية للعجلة .

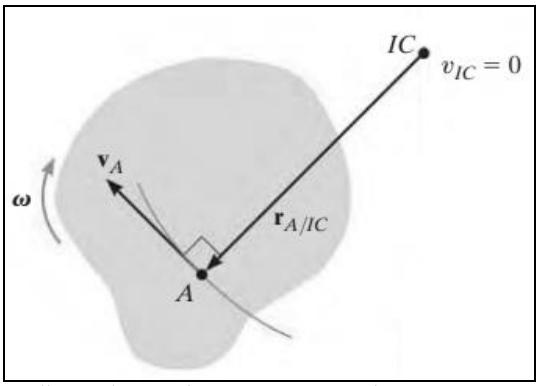


الشكل 2 : تحليل سرعات نقاط عجلة دراجة من خلال تحديد **IC** *[2]*

II. طرق تحديد المركز اللحظي للسرعة الصفرية للجسم الصلب

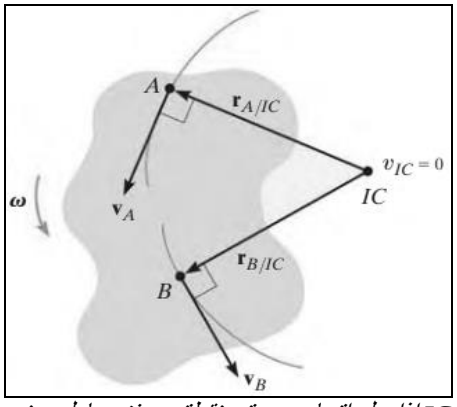
لإجراء التحليل الحركي لجسم صلب بمساعدة مفهوم **IC** لا بد من استعراض حالات تحديد هذه النقطة كما يلي :

- إذا كانت هناك نقطة **A** معلومة السرعة $\mathbf{v_A}$ (الحامل و الاتجاه و القيمة) ، إضافة للسرعة الزاوية للجسم الصلب **w** : في هذه الحالة يتم رسم مستقيم عمودي على شعاع سرعة النقطة ، ثم يتم تحديد موقع **IC** على امتداد هذا المستقيم ، و على بعد يساوي حاصل قسمة قيمة سرعة النقطة على السرعة الزاوية للجسم الصلب ، و في اتجاه يجعل اتجاه دوران النقطة حول **IC** متوافقاً مع اتجاه دوران الجسم المحدد وفق اتجاه السرعة الزاوية المعلوم ، كما هو موضح في الشكل 3 .



الشكل 3 : تحديد **IC** *إذا علمت سرعة نقطة و السرعة الزاوية للجسم [2]*

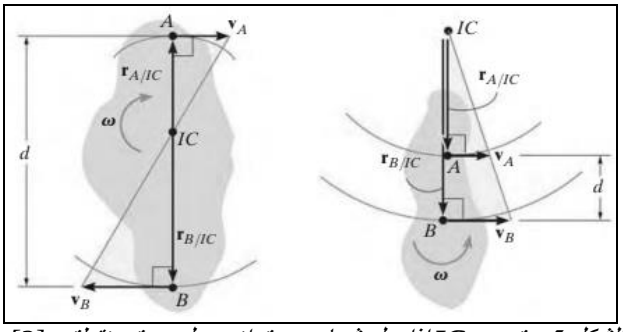
- إذا كانت نقطتان **A** و **B** لكل منهما شعاع سرعة معلوم منه الاتجاه و الحامل ، لكن الحاملين غير متوازيين : في هذه الحالة يتم رسم مستقيمين من النقطتين عمودين على حاملي شعاعي سرعتيهما ، حيث تحدد نقطة تقاطعهما موقع **IC** ، كما هو مبين في الشكل 4 .



الشكل 4 : تحديد IC إذا علم اتجاه سرعتي نقطتين وفق حاملين غير متوازيين [2]

- إذا كانت نقطتان **A** و **B** لكل منهما شعاع سرعة معلوم منه الاتجاه و القيمة ، و لكن الحاملين متوازيان :

في هذه الحالة يتم رسم مستقيم يصل بين نهايتي شعاعي سرعتي النقطتين فيتقاطع مع المستقيم الواصل بين النقطتين في نقطة تحدد موقع **IC** ، علماً أن هذا الموضع سيقع بين النقطتين في حال اختلاف اتجاهي شعاعي السرعتين ، بينما يقع خارجهما في حال تطابق الاتجاهين ، كما هو مبين في الشكل 5 .

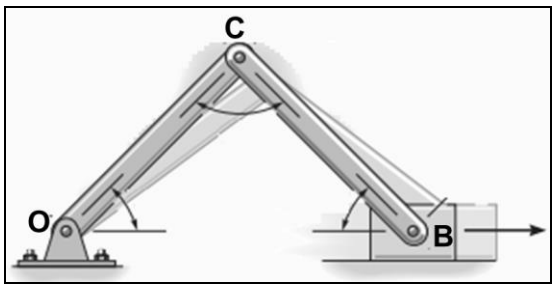


الشكل 5 : تحديد IC إذا علم شعاعين متوازيين لسرعتي نقطتين [2]

توضح هذه الطرق كيفية تحديد موضع **IC** في حالات مختلفة ، حيث يمكن من خلالها إجراء التحليل الحركي لمختلف التركيبات الآلية .

III. الدراسة الحركية لآلية الذراع و المنزلقة باستخدام مبدأ السرعة اللحظية الصفرية

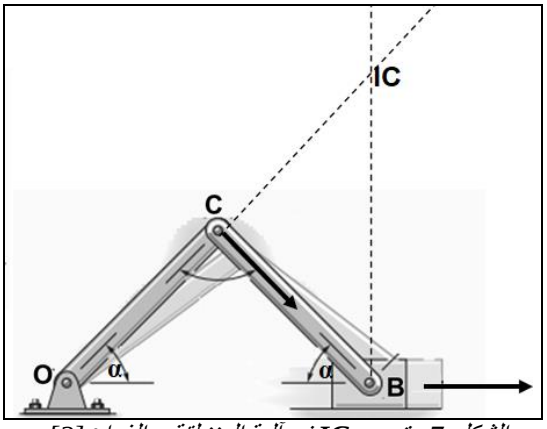
يمكن استخدام مفهوم **IC** لدراسة حركة آلية منزلقة و ذراع ، كما هو مبين في الشكل 6 ، حيث تقوم هذه التركيبة الآلية بتحويل الحركة الترددية إلى أفقية ، أو العكس ، كما في محركات الاحتراق الداخلي [3] .



الشكل 6 : مخطط آلية المنزلقة و الذراع [2]

في هذه الحالة يكون حامل و اتجاه و قيمة شعاع سرعة المنزلقة **B** معلوماً ، و كذلك حامل و اتجاه شعاع سرعة النقطة **C** الذي يكون عمودياً على حامل الذراع **OC** .

بفرض تساوي طول الذراعين **OC** و **BC** ، حيث يمكن تحديد موقع **IC** من خلال نقطة تقاطع المستقيمين العمودين على حامل شعاع سرعتي النقطتين **B** و **C** ، كما هو مبين في الشكل 7 .



*الشكل 7 : تحديد **IC** في آلية المنزلقة و الذراع[2]*

فإذا كان معلوماً السرعة الانسحابية للمنزلقة **B** ، و كان مطلوباً تحديد قيمة السرعة الزاوية للذراع **OC** ، في هذه الحالة يمكن حساب قيمة السرعة الزاوية للذراع **BC** ، و يرمز لها $w_{B/IC}$ ، في أي لحظة بالعلاقة التالية :

$$w_{BC} = \frac{v_B}{r_{B/IC}}$$

حيث :

v_B ، السرعة الانسحابية للمنزلقة **B**

$r_{B/IC}$: بعد النقطة **B** عن **IC**

إذ يمكن حساب السرعة الخطية اللحظية للنقطة **C** ، و يرمز لها v_C ، بالعلاقة التالية :

$$v_C = w_{BC} . r_{C/IC}$$

حيث :

$r_{C/IC}$: بعد النقطة **C** عن **IC**

و بالتالي يصبح بالإمكان حساب السرعة الزاوية للذراع **OC** ، و يرمز لها w_{OC} ، بالعلاقة التالية :

$$w_{OC} = \frac{v_C}{OC}$$

علماً أن $r_{B/IC}$ و $r_{C/IC}$ يمكن حسابهما مثلثياً بالعلاقات التالية :

$$r_{C/IC} = BC$$
$$r_{B/IC} = 2.OC.sin(\alpha)$$

و بالتالي بعد الاختصار تنتج العلاقة التالية :

$$w_{OC} = w_{BC} = \frac{v_B}{r_{B/IC}}$$

يمكن من من خلال هذه العلاقة تحديد السرعة الزاوية للذراع **OC** بدلالة الزاوية α .

IV. المحاكاة باستخدام MATLAB

يمكن تصميم كود برمجي مبسط لحساب السرعة الزاوية للذراع بدلالة الزاوية α وفق العلاقات التي تم تصميمها سابقاً .

حيث تم تنفيذ المحاكاة في بيئة البرمجة بلغة ماتلاب [4] .

بفرض أن زاوية الذراع مع الأفق α تتغير بين 5° و 175° ، و بفرض المعطيات التالية :

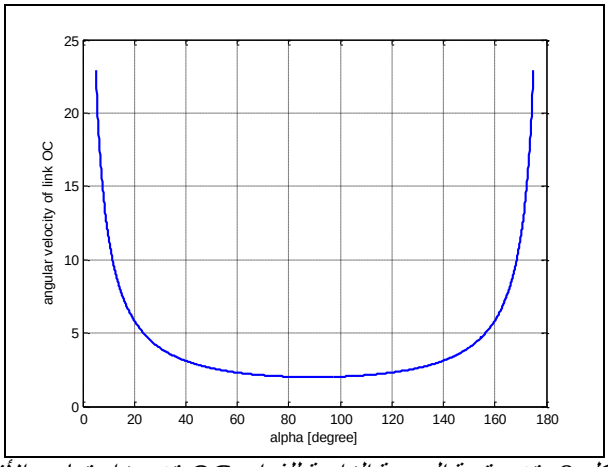
$OC=0.5[m]$

$BC=0.5[m]$

$v_B=2[m/s]$

```
alpha=5:0.1:175;
OC=0.5;
BC=0.5;
vB=2;
rB_IC=2*OC*sind(alpha);
w_OC=vB./(rB_IC);
plot(alpha,w_OC,'LineWidth',2)
xlabel('alpha [degree]')
ylabel('angular velocity of link OC rad/s]')
grid
```

حيث يبين الشكل 8 نتائج تنفيذ الكود .



*الشكل 8 : تغير قيمة السرعة الزاوية للذراع **OC** بتغير زاويتها مع الأفق*

تبين النتيجة أن السرعة الزاوية تكون في أعلى قيمها على طرفي شوط تحرك المنزلقة **B** ، حيث تكون الزاوية α قريبة من 0° أو من 180° ، و تفسير ذلك أن البعد $r_{B/IC}$ يصغر كلما اقترب التركيب الآلي من هاتين الوضعيتين .

يتضح من خلال هذا المثال عملية التبسيط التي وفرتها طريقة المركز اللحظي للسرعة الصفرية في الحسابات الحركية للتركيبات الآلية .

V. الاستنتاجات و التوصيات

1. المركز اللحظي للسرعة الصفرية **IC** هي تقنية في تحليل سرعات نقاط جسم صلب يتحرك حركة عامة ، حيث تمثل نقطة دوران لحظية للجسم الصلب حولها
2. تساعد تقنية **IC** في التحليل الحركي للجسم الصلب ، حيث يتم من خلالها حساب سرعات مختلف نقاط الجسم في لحظة محددة
3. يملك الجسم الصلب مركز دوران لحظي واحد في لحظة محددة ، و هذا المركز يتغير لحظياً بتغير موضع الجسم الصلب أثناء الحركة
4. يمكن استخدام تقنيات البرمجة و المحاكاة الحاسوبية لتنفيذ التحليل الحركي للتركيبات الآلية وفق طريقة **IC**

المراجع

[1] Meriam, J.L. Kraige, L.G. (2012) Engineering Mechanics Dynamics. 7th Edition, Wiley
[2] Hibbeler, R.C. (2015) Engineering Mechanics Dynamics. 14th Edition, PDF Free Ebook Download, Prentice Hall. http://bit.ly/enmechdynamics14thPDF
[3] Lucic, Marko. (2022). Kinematic analysis of the slider-crank mechanism of an internal combustion (IC) engine using modern software.
[4] Chapman, S.J.(2009) Essentials of MATLAB Programming. International student edition, Cengage Learning