ورقة بحثية مجلة مفتوحة الوصول

نمذجة و محاكاة انتقال الحرارة في مقطع جداري متعدد الطبقات باستخدام طريقة Runge-Kutta العددية

د.محمد خير عبدالله محمد*

(قسم الميكاترونكس ، كلية الهندسة/جامعة المنارة ، اللاذقية–سوريا

البريد الإلكتروني : mohamad.kheir@manara.edu.sy)

الملخص

تمثل عمليات انتقال الحرارة في طبقات جدران هياكل الأبنية جزءاً أساسياً من حسابات أحمال التسخين و التبريد الضرورية لتصميم أنظمة التكييف , حيث تؤثر مادة و مساحة و سماكة كل طبقة على تغيرات درجة الحرارة سواء ضمن الحيز الداخلي أو ضمن الطبقات ذاتها , كما تتأثر درجة حرارة كل طبقة بدرجات الحرارة في الطبقات الأخرى بحيث قد يختلف السلوك الديناميكي لدرجة الحرارة في كل طبقة عن باقي الطبقات .

في هذا المقال تمت محاكاة عملية انتقال الحرارة في مقطع جداري مؤلف من ثلاث طبقات عن طريق تصميم جملة معادلات تفاضلية , تمثل كل معادلة فيها تغير درجة الحرارة في كل طبقة بدءاً من الحيز الداخلي مروراً بطبقات الجدار وصولاً إلى السطح الخارجي . حيث تم تصميم كل معادلة بناءاً على مبدأ التوازن الطاقي عبر كل طبقة , مع الأخذ بعين الاعتبار السعة الحرارية لكل طبقة و مختلف المقاومات الحرارية المتشكلة في مسار انتقال الحرارة , و هذا يتيح نمذجة الحالة العابرة لدرجة حرارة الحيز الداخلي و درجة حرارة كل طبقة , و يعطي محاكاة أكثر دقة و مطابقة للحالة الواقعية لظاهرة انتقال الحرارة . كما تم حل النموذج الناتج عددياً باستخدام طريقة Runge–Kutta من الرتبة الرابعة , و تنفيذ المحاكاة حاسوبياً باستخدام لغة Matlab , حيث يمكن معرفة مقدار تغير درجات الحرارة للهواء الداخلي و لكل طبقة مع الزمن , و هو أمر أساسي سواء في تصميم نظام التكييف من جهة , و في المعالجة الاستباقية لظاهرة تكاثف بخار الماء على طبقات الجدار من جهة أخرى .

كلمات مفتاحية : انتقال الحرارة , مقاومة حرارية , سعة حرارية , الحالة العابرة , طريقة Runge–Kutta , محاكاة , Matlab , تكاثف

ABSTRACT

Heat transfer processes through the layers of the walls of building structures represent an essential part of calculations of the heating and cooling loads necessary for the design of air conditioning systems. The material, area, and thickness of each layer affect temperature changes whether within the inside space, or within the layers. The temperature of each layer is also affected by temperatures in other layers, so that the dynamic response of temperature in each layer may differ from the other layers.

In this article, the heat transfer process is simulated in a three-layer wall by designing a system of differential equations, where each equation represents the temperature change in each layer, starting from the inside space, passing through the layers of the wall, and reaching the outside surface. Each equation is designed based on the principle of energy balance across each layer, taking into account the heat capacity of each layer and the various thermal resistances formed in the heat transfer path. This allows modeling the transient response of the temperature of the inside space and the temperature of each layer, so that gives a more accurate simulation that matches the real state of the heat transfer phenomenon. The resulting model

is also solved numerically using the fourth-order Runge-Kutta method, and the computer simulation is carried out using Matlab, so that it is possible to determine how the temperature changes of the inside air and of each layer, which is essential for designing the air conditioning system on one hand, and for proactive treatment of the phenomenon of water vapor condensation on the wall layers on the other hand.

Keywords —heat transfer, thermal resistance, heat capacity, transient response, Runge–Kutta method, simulation, Matlab, condensation.

I. مقدمة

في حسابات أحمال التسخين و التبريد اللازمة لتصميم أنظمة التكييف يتم حساب انتقال الحرارة عبر طبقات جدران الحيز الداخلي , و التي تمثل كسباً حرارياً في حسابات أحمال التبريد , أو ضياعات حرارية في حسابات أحمال التسخين .

تتكون جدران هياكل الأبنية من عدة طبقات مكونة من مواد مختلفة , يتم اختيارها بناءً على اعتبارات تصميمية و إنشائية محددة .

تمثل كل طبقة وسطاً حرارياً تعبر من خلاله الحرارة بين البيئة الداخلية و الخارجية , حيث يؤثر نوع كل طبقة و سماكتها و مساحتها على قيمة المقاومة الحرارية التي تشكلها كل طبقة في طريق عبور الحرارة المنتقلة من خلالها .

في الحسابات العملية لأحمال التبريد و التسخين يتم التعامل مع تأثير تلك الطبقات بطريقة ستاتيكية , أي يتم حساب تأثيرها على درجات الحرارة بين الحيز الداخلي و الخارجي على جانبي الجدار دون الأخذ بعين الاعتبار الحالة الديناميكية لسلوك درجات الحرارة بتأثير السعات الحرارية و الخواص التصميمية لكل طبقة .

في الحسابات الستاتيكية للمقاومة الحرارية عبر مقطع جداري متعدد الطبقات تحسب المقاومة الحرارية المتشكلة نتيجة مرور الحرارة من الهواء الداخلي إلى سطح الطبقة الأولى , و من سطح الطبقة الأخيرة إلى الهواء الخارجي , و هو ما يسمى انتقال الحرارة بالحمل [1] , حيث يؤخذ بعين الاعتبار معاملات انتقال الحرارة بالحمل بين الهواء و الطبقات السطحية في الداخل و الخارج , و مساحة أسطح التبادل بين الوسطين .

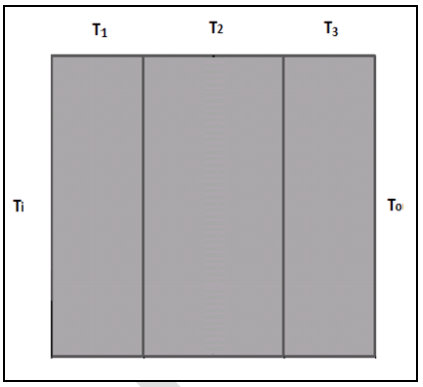
كما تحسب المقاومات الحرارية الناتجة عن مرور الحرارة عبر مادة كل طبقة , و هو ما يسمى بانتقال الحرارة بالتوصيل [2] , حيث يؤخذ بعين الاعتبار كل من الموصلية الحرارية و سماكة و مساحة كل طبقة .

عند نمذجة انتقال الحرارة من الحيز الداخلي إلى الخارجي بالاعتماد على مبدأ التوازن الطاقي داخل الحيز تتشكل معادلة تفاضلية لدرجة حرارة الحيز الداخلي , و هي معادلة من الرتبة الأولى يمثل كل حد فيها جزءاً من الأحمال الحرارية (ضياعات أو كسب) , إضافة إلى مجموعة معادلات تفاضلية خطية من الرتبة الأولى , كل معادلة تمثل تغير درجة حرارة طبقة من طبقات الجدار , و بالتالي تنتج جملة معادلات تفاضلية تمثل متغيراتها درجة حرارة الحيز الداخلي و درجة حرارة كل طبقة , حيث يمكن حل هذه المعادلات بعدة طرق رياضية , منها طريقة Runge–Kutta العددية من الرتبة الرابعة , و التي يمكن برمجتها لعرض نتائج المحاكاة و تحليلها .

II. النموذج الرياضي لانتقال الحرارة في مقطع جداري متعدد الطبقات باستخدام المعادلات التفاضلية

بفرض مقطع جداري مؤلف من ثلاث طبقات كما هو مبين في الشكل1 يفصل بين حيز داخلي و الهواء الخارجي .

يمكن استخدام مبدأ التوازن الطاقي لنمذجة درجة حرارة كل طبقة و الذي يشير إلى أن المعدل اللحظي لتغير كمية حرارة كل طبقة يساوي المجموع الجبري للتدفقات الحرارية من و إلى الطبقة .



الشكل 1 : مقطع في جدار مؤلف من 3 طبقات

و بالتالي يمكن تشكيل المعادلة التفاضلية التالية التي تمثل التغير اللحظي في درجة حرارة الطبقة الأولى للجدار [3] :

$$\rho_1 c_{p_1} V_1 \frac{dT_1}{dt} = \frac{1}{\frac{1}{h_i A_1}}(T_i - T_1) - \frac{1}{\frac{l_1}{k_1 A_1}}(T_1 - T_2)$$

حيث :

ρ_1 [kg/m^3]: كثافة الطبقة الأولى

c_{p1} [J/kg.K]: السعة الحرارية النوعية لمادة الطبقة الأولى

V_1 [m^3]: حجم الطبقة الأولى

T_1 [˚C]: درجة حرارة الطبقة الأولى

h_i [W/m^2.K] : معامل انتقال الحرارة بين هواء الحيز الداخلي و الطبقة السطحية الداخلية للجدار

A_1 [m^2]: مساحة سطح الطبقة الأولى

T_i [K]: درجة حرارة الهواء الداخلي

l_1 [m]: سماكة الطبقة الأولى

k_1 [W/m.K]: الموصلية الحرارة للطبقة الأولى

T_2 [˚C]: درجة حرارة الطبقة الثانية

يمثل الطرف الأيسر للمعادلة التغير اللحظي في كمية حرارة الطبقة الأولى , بينما يمثل الحد الأول في الجزء الأيمن للمعادلة الحرارة القادمة من الحيز الداخلي باتجاه الطبقة الأولى , حيث تخضع هذه الحرارة لمقاومة حرارية بالحمل عند سطح التلامس بين الهواء الداخلي و الطبقة الأولى , و يمثل الحد الثاني الحرارة المنتقلة من الطبقة الأولى باتجاه الطبقة الثانية , حيث تخضع هذه الحرارة لمقاومة حرارية نتيجة انتقال الحرارة بالتوصيل عبر مادة الطبقة الأولى .

و بنفس الطريقة يمكن نمذجة درجة حرارة الطبقة الثانية كما يلي :

$$\rho_2 c_{p_2} V_2 \frac{dT_2}{dt} = \frac{1}{\frac{l_1}{k_1 A_1}}(T_1 - T_2) - \frac{1}{\frac{l_2}{k_2 A_2}}(T_2 - T_3)$$

حيث :

ρ_2 [kg/m^3]: كثافة الطبقة الثانية

c_{p2} [J/kg.K]: السعة الحرارية النوعية لمادة الطبقة الثانية

V_2 [m^3]: حجم الطبقة الثانية

l_2 [m]: سماكة الطبقة الثانية

k_2 [W/m.K]: الموصلية الحرارية للطبقة الثانية

A_2 [m^2]: مساحة سطح الطبقة الثانية

T_3 [˚C]: درجة حرارة الطبقة الثالثة

يمثل الطرف الأيسر للمعادلة التغير اللحظي في كمية حرارة الطبقة الثانية , بينما يمثل الحد الأول في الجزء الأيمن للمعادلة الحرارة القادمة من الطبقة الأولى باتجاه الطبقة الثانية , و هو ما أشير إليه في نموذج المعادلة السابقة و لكن بإشارة مختلفة , و يمثل الحد الثاني الحرارة المنتقلة من الطبقة الثانية باتجاه الطبقة الثالثة , و تخضع هذه الحرارة لمقاومة حرارية نتيجة انتقال الحرارة بالتوصيل عبر مادة الطبقة الثانية .

أما فيما يتعلق بدرجة حرارة الطبقة الثالثة تنتج المعادلة التفاضلية التالية :

$$\rho_3 c_{p_3} V_3 \frac{dT_3}{dt} = \frac{1}{\frac{l_2}{k_2 A_2}}(T_2 - T_3) - \frac{1}{\frac{l_3}{k_3 A_3} + \frac{1}{h_o A_3}}(T_3 - T_o)$$

حيث :

ρ_3 [kg/m^3]: كثافة الطبقة الثالثة

c_{p3} [J/kg.K]: السعة الحرارية النوعية لمادة الطبقة الثالثة

V_3 [m^3]: حجم الطبقة الثالثة

l_3 [m]: سماكة الطبقة الثالثة

k_3 [W/m.K]: الموصلية الحرارية للطبقة الثالثة

h_o [W/m^2.K]: معامل انتقال الحرارة بين الهواء الخارجي و الطبقة السطحية الخارجية للجدار

A_3 [m^2]: مساحة سطح الطبقة الثالثة

T_o [˚C]: درجة الحرارة الخارجية

يمثل الطرف الأيسر للمعادلة التغير اللحظي في كمية حرارة الطبقة الثالثة , بينما يمثل الحد الأول في الجزء الأيمن للمعادلة الحرارة القادمة من الطبقة الثانية باتجاه الطبقة الثالثة , و قد أشير إليه كذلك في نموذج المعادلة السابقة و لكن بإشارة مختلفة , و يمثل الحد الثاني الحرارة المنتقلة من الطبقة الثالثة باتجاه الهواء الخارجي , و تخضع هذه الحرارة لمقاومة حرارية نتيجة انتقال الحرارة بالتوصيل عبر مادة الطبقة الثالثة إضافة إلى مقاومة حرارية بالحمل عند سطح التلامس بين السطح الخارجي للجدار و الهواء الخارجي .

أما بالنسبة لدرجة حرارة الحيز الداخلي فيمكن نمذجتها بناءً على مبدأ التوازن الطاقي لهواء الحيز , و الذي ينص على أن تغير حرارة هواء الحيز يساوي المجموع الجبري للأحمال الحرارية من و إلى الحيز , و في الحالة المدروسة هنا لا يوجد عملية تبادل حراري إلا كضياعات حرارية عبر الجدار , و هذه الحرارة تخضع لمقاومة حرارية بالحمل عند سطح التلامس بين الهواء الداخلي و سطح الطبقة الأولى , و بالتالي تنتج المعادلة التالية [3] :

$$\left(\rho_a . c_{p_a} . V_i\right)\frac{dT_i}{dt} = -\frac{1}{\frac{1}{h_i . A_1}}(T_i - T_1)$$

حيث :

ρ_a [kg/m^3]: كثافة الهواء

c_{pa} [J/kg.K]: السعة الحرارية النوعية للهواء

V_i [m^3]: حجم الهواء في الحيز الداخلي .

يمثل الطرف الأيسر للمعادلة التغير اللحظي في كمية حرارة هواء الحيز الداخلي , بينما يمثل الطرف الأيمن الضياعات الحرارية من الحيز الداخلي باتجاه الطبقة الأولى .

تمثل جميع المعادلات السابقة جملة معادلات تفاضلية خطية من الرتبة الأولى , حيث يمكن حلها و محاكاتها بعدة طرق عددية أشهرها طريقة Runge–Kutta من الرتبة الرابعة .

III. النموذج الرياضي لانتقال الحرارة في مقطع جداري متعدد الطبقات باستخدام طريقة RUNGE–KUTTA العددية

تعتبر طريقة Runge–Kutta من الرتبة الرابعة من أشهر الطرق المستخدمة لحل المعادلات التفاضلية , و هي تستفيد من منشور تايلور باستخدامها للحدود الخمسة الأولى منه .

يمكن تطبيق هذه الطريقة لحل جملة معادلات تفاضلية , فبفرض ثلاث معادلات تفاضلية من الرتبة الأولى كما يلي :

$$\dot{y} = A(x, y, w, z), \quad y(0) = a$$

$$\dot{w} = B(x, y, w, z), \quad w(0) = b$$

$$\dot{z} = C(x, y, w, z), \quad z(0) = c$$

و بالتالي وفق طريقة Runge–Kutta هناك ثلاث مجموعات من الثوابت r , s , u كما يلي [4] :

$$r_1 = A(x_i, y_i, w_i, z_i)$$
$$r_2 = A\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}h.r_1, w_i + \frac{1}{2}h.s_1, z_i + \frac{1}{2}h.u_1\right)$$
$$r_3 = A\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}h.r_2, w_i + \frac{1}{2}h.s_2, z_i + \frac{1}{2}h.u_2\right)$$
$$r_4 = A(x_i + h, y_i + h.r_3, w_i + h.s_3, z_i + h.u_3)$$

$$s_1 = B(x_i, y_i, w_i, z_i)$$
$$s_2 = B\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}h.r_1, w_i + \frac{1}{2}h.s_1, z_i + \frac{1}{2}h.u_1\right)$$
$$s_3 = B\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}h.r_2, w_i + \frac{1}{2}h.s_2, z_i + \frac{1}{2}h.u_2\right)$$
$$s_4 = B(x_i + h, y_i + h.r_3, w_i + h.s_3, z_i + h.u_3)$$

$$u_1 = C(x_i, y_i, w_i, z_i)$$
$$u_2 = C\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}h.r_1, w_i + \frac{1}{2}h.s_1, z_i + \frac{1}{2}h.u_1\right)$$
$$u_3 = C\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}h.r_2, w_i + \frac{1}{2}h.s_2, z_i + \frac{1}{2}h.u_2\right)$$
$$u_4 = C(x_i + h, y_i + h.r_3, w_i + h.s_3, z_i + h.u_3)$$

و التي يمكن من خلالها حساب y_{i+1} , w_{i+1} , z_{i+1} كما يلي :

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(r_1 + 2r_2 + 2r_3 + r_4)h$$
$$w_{i+1} = w_i + \frac{1}{6}(s_1 + 2s_2 + 2s_3 + s_4)h$$
$$z_{i+1} = z_i + \frac{1}{6}(u_1 + 2u_2 + 2u_3 + u_4)h$$

اعتماداً على ما سبق يمكن صياغة المعادلات التفاضلية السابقة لدرجات الحرارة كما يلي :

المعادلة التفاضلية لدرجة حرارة هواء الحيز الداخلي :

$$e = -\frac{h_i . A_1}{\rho_a . c_{p_a} . V_i}(T_i - T_1)$$

المعادلات التفاضلية لدرجات حرارة طبقات الجدار من الداخل إلى الخارج على التوالي :

$$f = \frac{h_i . A_1}{\rho_1 c_{p_1} V_1}(T_i - T_1) - \frac{k_1 . A1}{l_1 \rho_1 c_{p_1} V_1}(T_1 - T_2)$$

$$g = \frac{k_1 . A1}{l_1 \rho_2 c_{p_2} V_2}(T_1 - T_2) - \frac{k_2 . A2}{l_2 \rho_2 c_{p_2} V_2}(T_2 - T_3)$$

$$w = \frac{k_2 . A2}{l_2 \rho_3 c_{p_3} V_3}(T_2 - T_3) - \frac{k_3 . A_3 . h_o}{(l_3 . h_o + k_3)\rho_3 c_{p_3} V_3}(T_3 - T_o)$$

بهذه الطريقة في تصميم المعادلات يمكن تطبيق طريقة Runge-Kutta العددية لحلها , و تنفيذها برمجياً .

IV. محاكاة النموذج باستخدام لغة MATLAB

لتنفيذ المحاكاة يجب حساب درجات الحرارة الابتدائية لكل طبقة , من خلال تطبيق مبدأ التوازن الطاقي التالي بين الحيز الداخلي و الهواء الخارجي بعد تحديد درجة حرارة الهواء الداخلي الابتدائية و درجة حرارة الهواء الخارجي :

$$\frac{T_i - T_1}{\frac{1}{h_i . A_1}} = \frac{T_i - T_2}{\frac{1}{h_i . A_1} + \frac{l_1}{k_1 . A_1}} = \frac{T_i - T_3}{\frac{1}{h_i . A_1} + \frac{l_1}{k_1 . A_1} + \frac{l_2}{k_2 . A_2}} = \frac{T_i - T_o}{\frac{1}{h_i . A_1} + \frac{l_1}{k_1 . A_1} + \frac{l_2}{k_2 . A_2} + \frac{l_3}{k_3 . A_3} + \frac{1}{h_o . A_3}}$$

و بالتالي يمكن حساب درجة الحرارة الابتدائية لكل طبقة كما يلي :

للطبقة الأولى :

$$T_1(t=0) = T_i - \frac{T_i - T_O}{\frac{1}{h_i . A_1} + \frac{l_1}{k_1 . A_1} + \frac{l_2}{k_2 . A_2} + \frac{l_3}{k_3 . A_3} + \frac{1}{h_o . A_3}}\left(\frac{1}{h_i . A_1}\right)$$

للطبقة الثانية :

$$T_2(t=0) = T_i - \frac{T_i - T_O}{\frac{1}{h_i . A_1} + \frac{l_1}{k_1 . A_1} + \frac{l_2}{k_2 . A_2} + \frac{l_3}{k_3 . A_3} + \frac{1}{h_o . A_3}}\left(\frac{1}{h_i . A_1} + \frac{l_1}{k_1 . A_1}\right)$$

للطبقة الثالثة :

$$T_3(t=0) = T_i - \frac{T_i - T_O}{\frac{1}{h_i . A_1} + \frac{l_1}{k_1 . A_1} + \frac{l_2}{k_2 . A_2} + \frac{l_3}{k_3 . A_3} + \frac{1}{h_o . A_3}}\left(\frac{1}{h_i . A_1} + \frac{l_1}{k_1 . A_1} + \frac{l_2}{k_2 . A_2}\right)$$

من أجل جدار مؤلف من الطبقات الموضحة في الجدول 1

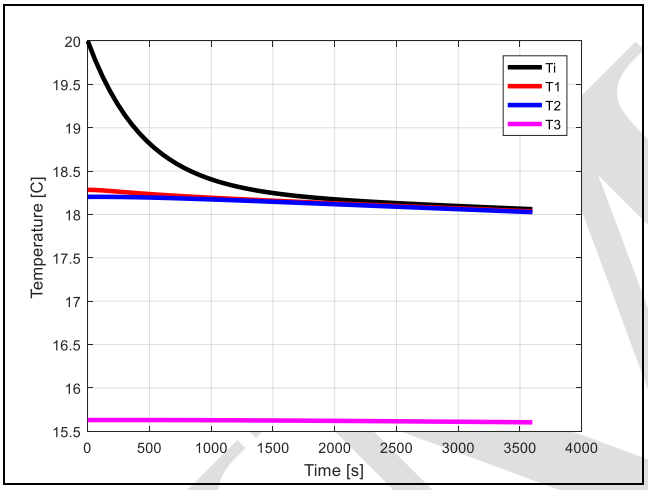
الجدول 1 : مواصفات مواد طبقات الجدار

Material	السماكة [mm]	الموصلية الحرارية [W/m.K]	السعة الحرارية النوعية [J/kg.K]	الكثافة [kg/m³]
Concrete	10	1.7	920	2300
Brick	150	0.8	800	1700
Concrete	10	1.7	920	2300

و بفرض درجة حرارة داخلية ابتدائية 20 °C و درجة حرارة خارجية 15 °C .

يمكن تصميم كود برمجي بلغة **Matlab** لحل جملة المعادلات الناتجة وفق الشروط الابتدائية المحددة .

بتنفيذ المحاكاة تنتج منحنيات درجات الحرارة كما هو مبين في الشكل 2 .



الشكل 2 : محاكاة درجات الحرارة وفق طريقة Runge–Kutta

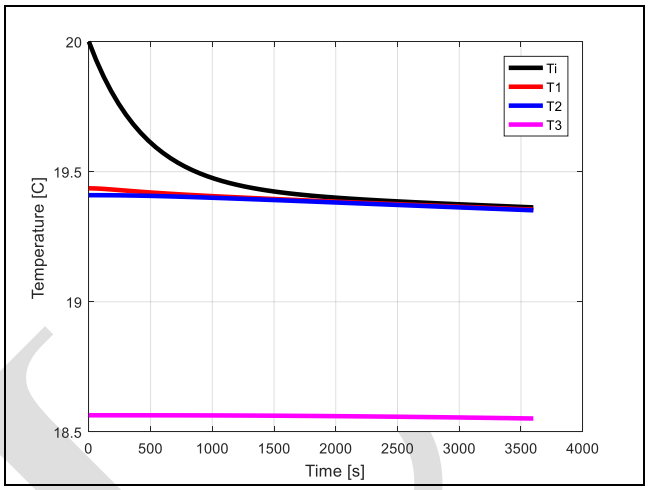
يمكن من خلال المحاكاة تحديد درجة حرارة الهواء الداخلي و درجات حرارة الطبقات في كل لحظة .

حيث توضح المحاكاة انخفاض درجة حرارة الهواء الداخلي حوالي 2 درجة مئوية خلال 60 دقيقة , و هذا يتوقف على حجم الهواء الداخلي , و الذي يساوي في هذه المحاكاة 120 [m³] .

توضح المحاكاة أن درجات حرارة الطبقات الأولى و الثانية تتناقص بشكل بطيء مع مرور الزمن , أما درجة حرارة الطبقة الثالثة فهي تتناقص بشكل بطيء جداً .

لتحسين عملية الحفاظ على الحرارة ضمن الحيز الداخلي تم عزل الجدار بمادة عازلة حرارياً (تملك قيمة صغيرة لمعامل الموصلية الحرارية) , بتنفيذ المحاكاة تكون النتائج كما هو مبين في الشكل 3 , حيث توضح المحاكاة انخفاض درجة حرارة الهواء الداخلي

أقل من درجة مئوية خلال 60 دقيقة , و هذا يساعد في اختبار مواد عزل مختلفة و اختيار الأكثر كفاءة في حسابات التكييف .



الشكل 3 : محاكاة درجات الحرارة بعد استخدام مادة عازلة حرارياً

من المهم الإشارة إلى أن محاكاة درجات حرارة طبقات الجدار تساعد أيضاً في تجنب احتمال حدوث تكاثف بخار الماء عليها بعد تحديد درجة حرارة نقطة الندى [5] , حيث يمكن اتخاذ تدابير محددة لمنع هذه الظاهرة التي تؤدي إلى تشكل الرطوبة و انتشار العفن في طبقات الجدار الداخلية .

V. الاستنتاجات

1- يمكن الحصول على النماذج الرياضية لانتقال الحرارة من حيز داخلي إلى الخارج عبر مقطع جداري من خلال تطبيق مبدا التوازن الطاقي على الهواء الداخلي و على كل طبقة من طبقات الجدار .

2- يمكن من خلال الطرق العددية مثل طريقة Runge–Kutta محاكاة درجة الحيز الداخلي و كل طبقة من طبقات الجدار , و هو ما يوفر الوقت و الجهد .

3- يمكن من خلال نماذج المعادلات التفاضلية لدرجة حرارة الحيز الداخلي و طبقات الجدار أخذ التأثير الديناميكي للخواص الفيزيائية و التصميمية لكل طبقة بعين الاعتبار , و هو ما يعطي حسابات أكثر دقة , حيث يمكن من خلال المحاكاة حساب تغير درجة الحرارة و الزمن المستغرق لحدوث ذلك التغير.

4- تفيد محاكاة درجة حرارة الحيز الداخلي و طبقات الجدار في الحسابات التصميمية لأنظمة التكييف , و كذلك في اختبار خوارزميات التحكم المناسبة للوصول إلى البيئة الداخلية التي تحقق شروط الراحة الحرارية .

5- تسمح محاكاة درجة حرارة طبقات الجدار في كل لحظة بتحديد إمكانية حصول تكاثف بخار الماء في الهواء بعد تحديد نقطة الندى , و هو ما يفيد في التنبؤ مسبقاً بحدوث رطوبة في طبقات الجدار , و بالتالي إمكانية تلافيها بطرق العزل المختلفة .

المراجع

[1] LIENHARD IV, John H and John H LIENHARD V. *A Heat Transfer Textbook*. Cambridge, Massachusetts, U.S.A.: Phlogiston Press, 2008. 3.

[2] HOLMAN., Jack Philip. *Heat Transfer*. New York: McGraw-Hill, 2010. 10. ISBN 978–0–07–352936–3.

[3] SOLEIMANI-MOHSENI, Mohsen. *Modelling and intelligent climate control of buildings*. Ph.D. thesis, Chalmers University of Technology, 2005.

[4] Atkinson, K.E., Han, W. and Stewart, D. (2009). Introduction. In Numerical Solution of Ordinary Differential Equations (eds K.E. Atkinson, W. Han and D. Stewart). https://doi.org/10.1002/9781118164495.ch0

[5] Humidity Conversion Formulas. Vaisala, 2013.